

Algebra II  
6. Übungsblatt

**Aufgabe 1:**

Bestimme den Ring  $R$  der ganzen Zahlen von  $\mathbb{Q}(\alpha)$ , wobei  $\alpha^3 + \alpha + 1 = 0$ . Berechne die Diskriminante von  $R$  über  $\mathbb{Z}$  und die Klassenzahl  $h_{\mathbb{Q}(\alpha)}$ .

**Aufgabe 2:**

Bestimme die Klassenzahl von

- a)  $\mathbb{Q}(\sqrt{-6})$ ,
- b)  $\mathbb{Q}(\sqrt{-14})$ .

**Aufgabe 3:**

Zeige, dass die Klassengruppe von  $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-26})$  isomorph ist zu  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ .

**Tipp:** Betrachte die Primidealzerlegungen von 2, 3 und 5. Beachte, dass  $N_{K/\mathbb{Q}}(2 - \sqrt{-26}) = 30$ .

**Aufgabe 4:**

Sei  $K = \mathbb{Q}(\sqrt{a}, \sqrt{b})$  eine Körpererweiterung vom Grad 4 über  $\mathbb{Q}$ . Zeige, dass die Mächtigkeit von  $\mu_K$  gleich 2, 4, 6, 8 oder 12 ist, und dass alle diese Werte auch auftreten können.

Abgabe: Montag, 28. November 2016.